

Числовое выражение. Числовое равенство

Числовое выражение - это выражение, в записи которого используют числа, знаки действий и скобки.

Найти числовое выражение - значит выполнить указанные действия с числами.

Значение числового выражения - это результат действий.

Пример: $(3, 8 - 2, 5) \cdot 4$ - числовое выражение

$(3, 8 - 2, 5) \cdot 4 = 1, 3 \cdot 4 = 5, 2$ - значение числового выражения

Числовое равенство - это два числовых выражения соединенные знаком "=".

До знака "=" часть равенства называют **левой**, после знака "=" - **правой**.

Если значения левой и правой частей числового равенства совпадают, то равенство называют **верным**.

Пример:

$$\underbrace{\frac{15+1}{2}}_{\text{Левая ч.}} = \underbrace{7+1}_{\text{Правая ч.}} \quad \text{- верное равенство, т.к. } 8 = 8.$$

Если значения левой и правой частей числового равенства не совпадают, то равенство называют **неверным**.

Порядок выполнения действий

- сложение и вычитание - действия *первой ступени*;
 - умножение и деление - действия *второй ступени*;
 - возведение в степень - действие *третьей ступени*.
1. Если выражение не содержит скобок, то сначала выполняются действия третьей ступени, затем второй и после первой ступени; действия одной и той же ступени выполняются в порядке слева направо.
 2. Если выражение содержит скобки, то сначала выполняются действия над числами в скобках, затем все остальные действия.

3. Если вычисляется значение дроби, то сначала выполняются действия в числителе и в знаменателе, а затем первый результат делится на второй.
4. Если выражение содержит скобки, заключённые внутри других скобок, то сначала выполняют действие во внутренних скобках.

Алгебраическое выражение

Буквенное или алгебраическое выражение - это это выражение, в записи которого используют буквы (латинского языка), числа, знаки действий и скобки.

В записи алгебраического выражения знак умножения между известным и неизвестным числами или умножение между неизвестными числами опускается, а знак деления заменяется чертой дроби.

Пример: Вместо $2 \cdot a + 3 \cdot (x + y) \cdot (x - y)$ пишут $2a + 3(x + y)(x - y)$

или вместо $(x + y) : a$ пишут $\frac{x+y}{a}$.

Замену буквы числом называют **числовой подстановкой**, число, которое подставляют буквы, - **значением буквы**. Результат числовой подстановки называют **значением алгебраического выражения**.

Пример: $3a + 2b - 7$ - алгебраическое выражение

$a = 2, b = 3$ - значение букв

$3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 7 = 5$ - значение алгебраического выражения


Числовая подстановка

Алгебраическое равенство. Формулы

Два алгебраических выражения, соединенные знаком "=" образуют **алгебраическое равенство**.

Формулы - это равенство. Формула должна сообщить, как искать значения переменной.

Пусть a - четное натуральное число (свойство: делиться на 2), b - нечетное $a = 2n, b = 2n - 1$, где n - любое натуральное число.

Свойства арифметических действий

!!! Вычитание можно заменить сложением с противоположным числом: $a - b = a + (-b)$. *Пример:* $7 - 23 = 7 + (-23)$.

!!! Деление можно заменить умножением на число, обратное делителю: $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$.

- Переместительный закон: $a + b = b + a$, $ab = ba$.
- Сочетательный закон: $(a + b) + c = a + (b + c)$, $(ab)c = a(bc)$.
- Распределительный закон: $c(a + b) = ca + cb$, $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$, где $c \neq 0$.

Коэффициент

Если множители записаны с помощью цифр, то они называются **числовым множителем**, а множители обозначенные буквами, - **буквенными множителями**.

Пример: $0,3 \cdot a \cdot (-0,7) \cdot b$


Правило 1: Есть установленные **правила** как надо **записывать** такие произведения:

1. Все числовые множители перемножают и их произведение ставят на первое место;
2. После числового множителя записывают буквенные множители;
3. Если одна буква встречается несколько раз, то ее произведение само на себя записывают в виде степени с этим основанием (например: $x \cdot x \cdot x = x^3$).

Примеры:

$$\underline{0,3} \cdot \underline{a} \cdot \underline{(-0,7)} \cdot \underline{b} = [0,3 \cdot (-0,7)] \cdot [a \cdot b] = \underline{-0,21ab}$$

$$\frac{4}{5}a \cdot \left(-\frac{3}{8}b\right) \cdot \frac{5}{9}c = \left[\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \frac{5}{9}\right] \cdot [abc] = -\frac{4 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 8 \cdot 9}abc = \underline{-\frac{1}{6}abc}$$

$$3x \cdot 0,2x \cdot x = [3 \cdot 0,2] \cdot [x \cdot x \cdot x] = \underline{0,6x^3}$$

При записи таких произведений мы также будем пользоваться этими правилами.

Коэффициент - это числовой множитель одночлена, записанного в стандартном виде.

Пример: $\underline{-0,21ab}$
коэффициент

Правило 2: Так как $1 \cdot a = a$ и $-1 \cdot a = -a$, то считают если перед буквенным множителем нет числа или пред ним стоит только знак "+", то коэффициент такого выражения (есть) **равен 1** или **-1** соответственно.

Подобные слагаемые

Подобные слагаемые - это слагаемые, имеющие одинаковую буквенную часть. **Числа** тоже **подобные слагаемые**, потому что не имеют буквенной части.

Подобные слагаемые в действиях подчеркивают одинаковыми чертами.

Пример: $\underline{23x} - \underline{23} + \underline{40} + \underline{4x}$

Привести подобные слагаемые - значит выполнить с ними действия.

Правило: Чтобы **привести подобные слагаемые**, надо выполнить действия с их коэффициентами и результат умножить на общую буквенную часть.

Пример: $\underline{23x} - \underline{23} + \underline{40} + \underline{4x} = 27x + 17$

Раскрытие скобок по правилам знаков

Правило 1: Если перед скобками стоит **знак минус**, то можно опустить скобки и числам в скобках поменять знак на противоположный.

$$- (-m) = m$$

$$- (+m) = -m$$

Пример: $-(4 + y) - (x - k) = -4 - y - x + k$.

Если перед числом или скобками нет знака, то значит они имеют знак "+".


Правило 2: Если перед скобками стоит **знак плюс**, то можно опустить скобки и числам в скобках не менять знака. Если перед скобками нет знака, то считают, что перед скобками знак плюс.

$$+ (-m) = -m$$

$$+ (+m) = +m$$

Пример: $(4 + y) + (x - k) = 4 + y + x - k$.

Раскрытие скобок по правилу "фонтанчика"

$$c(a + b) = ca + cb$$


Число умножить на сумму - значит каждое слагаемое умножить на это число